Grupa A

1.(100 punktów) Wyznaczyć iloczyn skalarny wektorów: $(-7, 3, -1)$ i $(4, 8, -1)$ i rozstrzygnąć (z uzasadnieniem), czy kąt między nimi jest ostry, prosty, czy rozwarty?

2. (200 punktów) Dane są funkcje o wzorach $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(5 - 2x)$, $g(x) = \sqrt{x + 4}$.

a) Podać wzór i dziedzinę funkcji $g \circ f$.

b) Podać wzór funkcji odwrotnej do $g \circ f$ (bez zajmowania się dziedziną).

3.(250 punktów) Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej:

$$\frac{(-1 - i)^{10}}{(-\sqrt{3} + i)^7}.$$

4.(200 punktów) Rozwiązać (w liczbach zespolonych) równanie: $z^2 + (2 - 3i)z = 13i - 1$.

5.(150 punktów) Na płaszczyźnie zespolonej naszkicować zbiór punktów $z \in \mathbb{C}$ spełniających warunek:

$$|z - 3 + 2i| \leq 3 \wedge \frac{1}{4}\pi < \operatorname{Arg} z < \frac{5}{3}\pi \wedge \operatorname{Im} z > -3.$$

Powodzenia!

Grzesiek Kosiorowski

Grupa B

1.(100 punktów) Wyznaczyć iloczyn skalarny wektorów: $(5, 3, -2)$ i $(4, -4, 2)$ i rozstrzygnąć (z uzasadnieniem), czy kąt między nimi jest ostry, prosty, czy rozwarty?

2.(200 punktów) Dane są funkcje o wzorach $f(x) = \sqrt{x - 3}$, $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3x - 1)$.

a) Podać wzór i dziedzinę funkcji $f \circ g$.

b) Podać wzór funkcji odwrotnej do $f \circ g$ (bez zajmowania się dziedziną).

3.(250 punktów) Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej:

$$\frac{(-\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i)^6}{(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i)^8}.$$

4.(200 punktów) Rozwiązać (w liczbach zespolonych) równanie: $z^2 = (3 - 3i)z + 12 + 8i$.

5.(150 punktów) Na płaszczyźnie zespolonej naszkicować zbiór punktów $z \in \mathbb{C}$ spełniających warunek:

$$|z + i + 1| < 2 \wedge \frac{3}{4}\pi \leq \operatorname{Arg} z \leq \frac{5}{4}\pi \wedge \operatorname{Re} z \geq -2.$$

Grupa C

1.(100 punktów) Wyznaczyć iloczyn skalarny wektorów: $(-3,-2,1)$ i $(-1,3,5)$ i rozstrzygnąć (z uzasadnieniem), czy kąt między nimi jest ostry, prosty, czy rozwarty?

2. (200 punktów) Dane są funkcje o wzorach $f(x)=\log_{\frac{1}{4}}(6-x)$, $g(x)=\sqrt{2x+1}$.

a) Podać wzór i dziedzinę funkcji $g\circ f$.

b) Podać wzór funkcji odwrotnej do $g\circ f$ (bez zajmowania się dziedziną).

3.(250 punktów) Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej:

$$\frac{(-2+2\sqrt{3}i)^7}{(-\sqrt{3}+i)^{13}}.$$

4.(200 punktów) Rozwiązać (w liczbach zespolonych) równanie: $z^2+3+7i=(4i-1)z$.

5.(150 punktów) Na płaszczyźnie zespolonej naszkicować zbiór punktów $z\in\mathbb{C}$ spełniających warunek:

$$|z+2+4i|\leq 2\wedge\frac{5}{4}\pi<\operatorname{Arg}z<\frac{7}{4}\pi\wedge\operatorname{Im}z>-5.$$

Powodzenia!

Grzesiek Kosiorowski

Grupa D

1.(100 punktów) Wyznaczyć iloczyn skalarny wektorów: $(2,-1,-3)$ i $(1,-4,3)$ i rozstrzygnąć (z uzasadnieniem), czy kąt między nimi jest ostry, prosty, czy rozwarty?

2.(200 punktów) Dane są funkcje o wzorach $f(x)=\sqrt{3x-2}$, $g(x)=\log_{\frac{1}{8}}(3x-1)$.

a) Podać wzór i dziedzinę funkcji $f\circ g$.

b) Podać wzór funkcji odwrotnej do $f\circ g$ (bez zajmowania się dziedziną).

3.(250 punktów) Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej:

$$\frac{(-2-2i)^6}{(1+\sqrt{3}i)^{11}}.$$

4.(200 punktów) Rozwiązać (w liczbach zespolonych) równanie: $z^2+(7-3i)z=13i-4$.

5.(150 punktów) Na płaszczyźnie zespolonej naszkicować zbiór punktów $z\in\mathbb{C}$ spełniających warunek:

$$|z+2-i|<2\wedge\frac{\pi}{6}\leq\operatorname{Arg}z\leq\frac{3}{4}\pi\wedge\operatorname{Re}z\geq-1.$$

Powodzenia!

Grzesiek Kosiorowski