Zasady egzaminu z elementów matematyki dyskretnej

Podstawowe zasady:

1. By przystąpić do egzaminu należy zdobyć zaliczenie ćwiczeń. Informacje o tym jak to zrobić przekaże osoba prowadząca ćwiczenia. Z ćwiczeń można zdobyć od 0 do 40 punktów „kursowych" do wyniku końcowego, Brak zaliczenia (przy byciu sklasyfikowanym - warunki klasyfikacji określa osoba prowadząca ćwiczenia) oznacza konieczność pisania zaliczenia poprawkowego i w wypadku zdobycia zaliczenia poprawkowego - możliwość pisania egzaminu w II terminie.

2. Egzamin się będzie składać z 5 zadań (przykłady poniżej): jedno z kombinatoryki (z 3 podpunktami), dwa algorytmy grafowe, analiza własności jednego grafu oraz jedno zadanie teoretyczne - pytania z wykładu (przykłady poniżej, jakiś czas przed egzaminem przedstawię listę około 20 pytań, z których jedno będzie na egzaminie). Dla mojej wygody egzamin będzie oceniany w skali 0-1000 „małych punktów" ale do kursu te „małe punkty" pochodzą po przeskalowaniu, więc z egzaminu można zdobyć 0-60 punktów „kursowych".

Żeby zaliczyć kurs trzeba spełnić 3 warunki:

a) zaliczyć ćwiczenia;

b) zdobyć co najmniej 50 punktów „kursowych" w sumie z ćwiczeń i egzaminu;

c) zdobyć co najmniej 20 punktów „kursowych" z egzaminu.

Każde dodatkowe 10 punktów powyżej 50 oznacza podniesienie oceny o 0.5 (czyli na 3.5 potrzebne jest 60 punktów, na 4.0 - 70 i tak dalej).

Na egzaminie można mieć ze sobą proste kalkulatory („czterodziałaniówki"), zegarek analogowy i przybory do pisania. Nie wolno mieć przy sobie (pod groźbą automatycznego oblania kursu) żadnych rzeczy pozwalających na kontakt ze światem zewnętrznym (np. smartfony, komórki, smartwatche itp.), nie mówiąc o wszelkiego rozdzaju ściągach.

Zadania:

1. (200-300 punktów) 2-3 krótkie zadania z kombinatoryki, w których wystarczy podać odpowiedź z krótkim uzasadnieniem (poniższy przykład z wcześniejszego egzaminu ma 4 podpunkty, więc tak naprawdę będzie mniej)

Komitet Wsparcia Matematyki Dyskretnej organizuje demonstrację przeciw rządzącej partii Pochodna i Całka.

a) Organizatorzy mają przygotowane 50 haseł do skandowania i 20 do wypisania na transparentach. Chcą wybrać 15 haseł do skandowania i ustalić ich kolejność podczas demonstracji (skandowane hasła nie mogą się powtarzać) oraz wybrać 7 transparentów do ustawienia w tle (dokładne ustawienie tych transparentów nie ma znaczenia, ale hasła na nich mają być różne). Ile zestawów złożonych z ciągu haseł skandowanych i zbioru haseł na transparentach mogą rozważać?

b) Podczas demonstracji ma przemawiać 31 osób z 6 frakcji: antycałkowców, antyróżniczkowców, kombinatoryków, teorioliczbowców, teoriografistów i rekurencjonistów. Na ile sposobów można rozdzielić przemówienia pomiędzy te frakcje, jeśli zakładamy, że kolejność przemówień nie ma znaczenia, ale każda frakcja ma mieć przydzielone co najmniej 1 przemówienie, zaś najsilniejsze frakcje: kombinatoryków i rekurencjonistów muszą mieć przydzielone co najmniej po 3 przemówienia?

c) 22 członków Komitetu postanowiło wybrać spośród siebie 3-osobową komisję ds. przygotowywania ulotek, 6-osobową komisję ds. zapewnienia bezpieczeństwa demonstracji i 4-osobową komisję ds. kontaktów z mediami. Na ile sposobów mogą to zrobić, jeśli założymy, że nikt nie może zasiadać w dwu takich komisjach jednocześnie?

d) Władze miejskie wyraziły zgodę na demonstrację, o ile każdemu jej uczestnikowi zostanie przypisany 4-cyfrowy numer. Numery te muszą tworzyć liczby większe lub równe 1000 (czyli pierwsza cyfra nie może być zerem), które nie mogą być podzielne przez 9, przez 12, ani przez 21. Ilu uczestników może mieć demonstracja, jeśli organizatorzy chcą przestrzegać tego zalecenia?

2 i 3. (2 zadania, każde 200 punktow) Przedstawienie przebiegu 2 algorytmów z teorii grafów dla konkretnie zadanych grafów.

Przykład takiego zadania: Zbadać, który z grafów na rysunku ma drogę lub cykl Eulera i wyznaczyć tę drogę lub cykl na podstawie algorytmu Fleury'ego, którego przebieg należy przedstawić za pomocą tabelki.

4. (200 punktów) Dla podanego grafu, odpowiedzieć na 6 krótkich pytań. Przykłady pytań:

a) Wskazać wszystkie mosty/wierzchołki rozspajające/krawędzie wielokrotne/wierzchołki stopnia 3 w tym grafie.

b) Czy ten graf jest hamiltonowski? Jeśli nie, uzasadnić dlaczego nie, jeśli tak, wskazać cykl Hamiltona.

c) Czy ten graf jest dwudzielny? Jeśli tak podać podział zbioru wierzchołków na podzbiory zgodny z definicją dwudzielności, jeśli nie, wskazać cykl, którego istnienie dowodzi, że takiego podziału nie ma.

d) Podać dla tego grafu ograniczenie, które na liczbę chromatyczną podaje twierdzenie Brooksa/na indeks chromatyczny podaje twierdzenie Vizinga.

e) Podać liczbę chromatyczną/indeks chromatyczny tego grafu. Narysować lub zapisać optymalne kolorowanie.

f) Zapisać macierz sąsiedztwa/incydencji/Laplace'a tego grafu.

g) Podać kolejność wierzchołków, jaką dla tego grafu wyznaczyłby algorytm przechodzenia grafu wszerz/w głąb (w razie remisów wybieramy wierzchołek wcześniejszy w porządku alfabetycznym).

h) Zapisać dowolne uporządkowanie etykietowane grafu.

i) Wskazać ujścia/źródła tego grafu.

j) Wskazać 3 krawędzie krytyczne w tym grafie przy danym źródle i ujściu.

5. (100 punktów) Zadanie teoretyczne: lista pytań, które tu się mogą pojawić znajduje się w osobnym pliku.