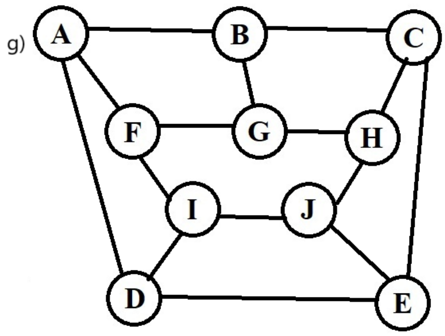
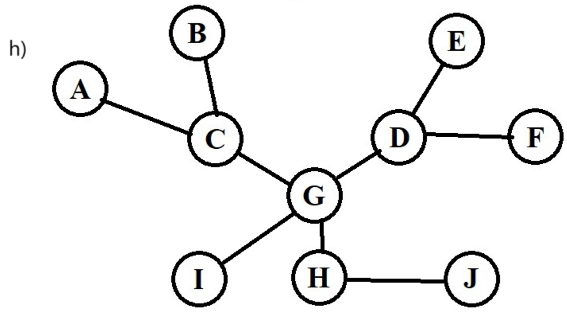
Własności grafów nieskierowanych

Zadanie 1. Dla poniższych prostych grafów spójnych, sprawdzić ich następujące własności (odpowiedzi uzasadnić). Jeśli graf nie jest narysowany, najpierw narysować:
a) 5-klika;
b) Graf dwudzielny pełny $K_{4,3}$;
c) graf-droga o 6 wierzchołkach;
d) graf-cykl o 7 wierzchołkach;
e) graf sześcianu;
f) graf ośmiościanu;





I. Wypisać macierze: incydencji (z dowolnym etykietowaniem krawędzi), sąsiedztwa i Laplace'a (kolejność wierszy i kolumn: alfabetyczna).
II. Ile graf ma mostów? Wypisać wszystkie mosty.
III. Ile graf ma wierzchołków rozspajających? Wypisać wszystkie wierzchołki rozspajające.
IV. Jaki jest maksymalny stopień wierzchołka? Jaki jest minimalny stopień wierzchołka? Czy ten graf jest regularny? Wypisać wszystkie wierzchołki stopnia 2.
V. Czy ten graf jest drzewem? Jeśli nie, podać przykładowy cykl w grafie.
VI. Czy ten graf posiada drogę lub cykl Eulera? Odpowiedź uzasadnić.
VII. Czy ten graf spełnia założenia twierdzenia Diraca? Czy jest hamiltonowski? Jeśli tak, podać cykl Hamiltona.
VIII. Czy ten graf jest dwudzielny? Jeśli tak podać jego podział na odpowiednie zbiory V_1 i V_2, taki, że $|V_1| \leq |V_2|$ i wskazać skojarzenie pełne dla V_1 lub uzasadnić, że takie skojarzenie nie istnieje.
IX. Jakie ograniczenie na liczbę chromatyczną dla tego grafu podaje twierdzenie Brooksa? Jaka jest liczba chromatyczna tego grafu?
X. Jakie ograniczenie na indeks chromatyczny podaje twierdzenie Vizinga? Ile wynosi indeks chromatyczny tego grafu?
XI. Zaczynając od wierzchołka A i w razie „remisów" wybierając wierzchołek z etykietą wcześniejszą w alfabecie podaj ciąg wierzchołków w kolejności przechodzenia tego grafu wszerz.
XII. Zaczynając od wierzchołka A i w razie „remisów" wybierając wierzchołek z etykietą wcześniejszą w alfabecie podaj ciąg wierzchołków w kolejności przechodzenia tego grafu w głąb.

Zadanie 2. Narysować grafy nieskierowane, spójne, proste o 5-8 wierzchołkach i 5-12 krawędziach spełniające następujące warunki (lub uzasadnić, dlaczego taki graf nie istnieje):
a) I. Graf, który posiada most, ale nie posiada wierzchołka rozspajającego.
II. Graf dwudzielny, który posiada dokładnie jeden most i dokładnie jeden wierzchołek stopnia 5.

III. Drzewo, o co najmniej jednym wierzchołku stopnia 4, w którym algorytm przechodzenia wszerz daje ciąg wierzchołków ABCDEFG;
IV. Drzewo, o jednym wierzchołku stopnia 4 i 2 wierzchołkach stopnia 3 w którym algorytm przechodzenia w głąb daje ciąg wierzchołków ABCDEFG;
V. Drzewo, które posiada wierzchołek stopnia 4 i drogę Eulera.
b) I. Graf hamiltonowski o liczbie chromatycznej 4.
II. Graf, który nie jest hamiltonowski o indeksie chromatycznym 4.
III. Graf regularny o liczbie chromatycznej 3.
IV. Graf dwudzielny o indeksie chromatycznym 3, w którym algorytm przechodzenia wszerz daje ciąg wierzchołków ABCDEFGH.
V. Graf o dokładnie 3 wierzchołkach stopnia 2, w którym algorytm przechodzenia w głąb daje ciąg wierzchołków ABCDEFGH.
c) I. Graf, który zawiera cykl o długości 6, ale nie jest ani dwudzielny, ani hamiltonowski.
II. Graf dwudzielny, eulerowski, posiadający wierzchołek stopnia 4, w którym algorytm przechodzenia wszerz daje ciąg wierzchołków ABCDEFGH.
III. Graf o dokładnie 2 mostach, w którym algorytm przechodzenia w głąb daje ciąg wierzchołków ABCDEFGH.
IV. Graf o liczbie chromatycznej 2 i indeksie chromatycznym 5;
V. Graf o indeksie chromatycznym 5 i liczbie chromatycznej 2.
d) I. Graf dwudzielny o dokładnie 2 wierzchołkach rozspajających.
II. Graf, w którym algorytm przechodzenia w głąb daje ciąg wierzchołków ABCDEFG i ma liczbę chromatyczną 4.
III. Graf, w którym algorytm przechodzenia wszerz daje ciąg wierzchołków ABCDEFG i ma indeks chromatyczny 3.
IV. Graf, który ma dokładnie 2 mosty, jeden wierzchołek stopnia 4 i drogę Eulera.
V. Graf hamiltonowski, który ma dokładnie 2 wierzchołki rozspajające.