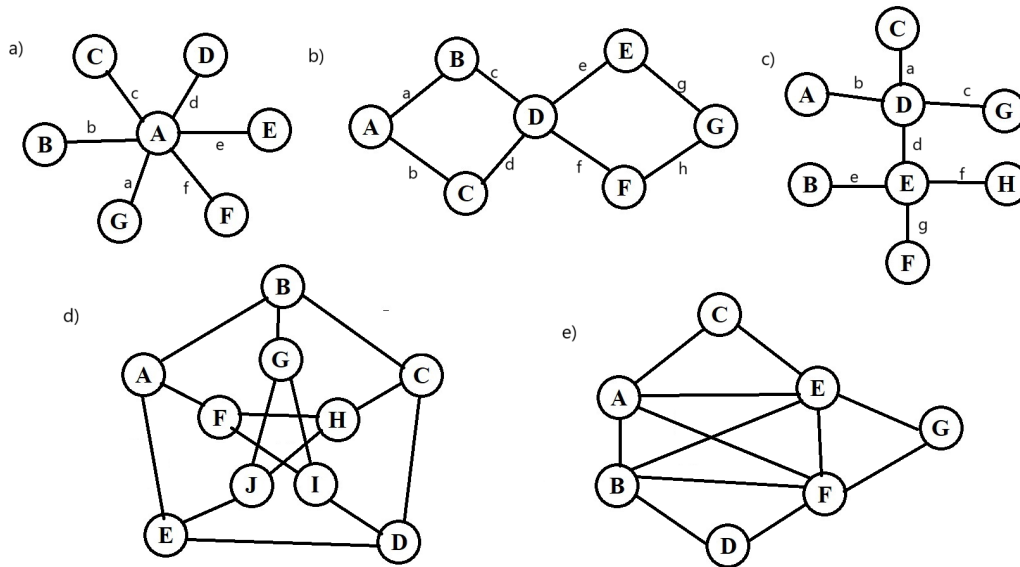


**Zadanie 1.** Dla poniższych prostych grafów spójnych, sprawdzić ich następujące własności (odpowiedzi uzasadnić):



I. (TYLKO DLA GRAFÓW Z PODPUNKTÓW a),b),c) )Wypisać macierze: incydencji (z dowolnym etykietowaniem krawędzi), sąsiedztwa i Laplace'a (kolejność wierszy i kolumn: alfabetyczna).

II. Ile graf ma mostów? Wypisać wszystkie mosty.

II. Ile graf ma wierzchołków rozspajających? Wypisać wszystkie wierzchołki rozspajające.

III. Jaki jest maksymalny stopień wierzchołka? Jaki jest minimalny stopień wierzchołka? Czy ten graf jest regularny? Wypisać wszystkie wierzchołki stopnia 2.

IV. Czy ten graf jest drzewem? Jeśli nie, podać przykładowy cykl w grafie.

V. Czy ten graf posiada drogę lub cykl Eulera?

VI. Czy ten graf spełnia założenia twierdzenia Diraca? Czy jest hamiltonowski? Jeśli tak, podać cykl Hamiltona.

VII. Czy ten graf jest dwudzielny? Jeśli tak podać jego podział na odpowiednie zbiory  $V_1$  i  $V_2$ , taki, że  $|V_1| \leq |V_2|$  i wskazać skojarzenie pełne dla  $V_1$  lub uzasadnić, że takie skojarzenie nie istnieje.

VIII. Jakie ograniczenie na liczbę chromatyczną dla tego grafu podaje twierdzenie Broksa? Jaka jest liczba chromatyczna tego grafu?

IX. Jakie ograniczenie na indeks chromatyczny podaje twierdzenie Vizinga? Ile wynosi indeks chromatyczny tego grafu?

X. Zaczynając od wierzchołka A i w razie „remisów” wybierając wierzchołek z etykietą wcześniejszą w alfabecie podaj ciąg wierzchołków w kolejności przechodzenia tego grafu wszerez.

XI. Zaczynając od wierzchołka A i w razie „remisów” wybierając wierzchołek z etykietą wcześniejszą w alfabecie podaj ciąg wierzchołków w kolejności przechodzenia tego grafu w głąb.

**Zadanie 2.** Narysować grafy nieskierowane, spójne, proste o 5-8 wierzchołkach i 5-12 krawędziach spełniające następujące warunki (lub uzasadnić, dlaczego taki graf nie istnieje):

a) I. Graf dwudzielny, który jest grafem Eulera i ma co najmniej jeden wierzchołek stopnia 4;

II. Graf dwudzielny, który nie jest grafem Eulera;

III. Graf hamiltonowski, który jest drzewem;

- IV. Graf, który nie jest dwudzielny, a jego liczba chromatyczna wynosi 2;
- V. Graf dwudzielny w którym nie istnieje skojarzenie pełne.
- b) I. Graf, dla którego indeks chromatyczny jest mniejszy od liczby chromatycznej o dokładnie 2;
- II. Graf, dla którego liczba chromatyczna jest mniejsza od indeksu chromatycznego o dokładnie 2;
- III. Graf, który zawiera 3-klikę i ma liczbę chromatyczną 2;
- IV. Graf, który nie zawiera 3-kliki, ale ma liczbę chromatyczną większą niż 2;
- V. Graf hamiltonowski o liczbie chromatycznej 4.
- c) I. Graf dwudzielny, który nie jest hamiltonowski i ma co najmniej jeden wierzchołek stopnia 3;
- II. Graf dwudzielny, który jest hamiltonowski i ma co najmniej jeden wierzchołek stopnia 4;
- III. Graf o liczbie chromatycznej 3 i indeksie chromatycznym 4;
- IV. Graf o liczbie chromatycznej 4 i indeksie chromatycznym 4;
- V. Graf eulerowski o indeksie chromatycznym 4.
- d) I. Graf 3-regularny, w którym algorytm przechodzenia wszerz daje ciąg wierzchołków ABCDEF;
- II. Graf 3-regularny, w którym algorytm przechodzenia w głąb daje ciąg wierzchołków ABCDEFG;
- III. Graf eulerowski, który posiada most, ale nie jest drzewem;
- IV. Graf eulerowski, który posiada wierzchołek rozspajający stopnia 4;
- V. Graf dwudzielny, który posiada dokładnie dwa mosty.
- e) I. Graf dwudzielny, który nie jest drzewem.
- II. Graf, w którym algorytm przechodzenia w głąb daje ciąg wierzchołków ABCDEFGH i ma dokładnie 2 wierzchołki stopnia 4.
- III. Graf, który nie spełnia założenia twierdzenia Diraca, ale jest hamiltonowski;
- IV. Graf, który spełnia założenia twierdzenia Diraca, i ma co najmniej 2 wierzchołki stopnia 3.
- V. Graf, który spełnia założenia twierdzenia Diraca i posiada most.

Dobrej zabawy!