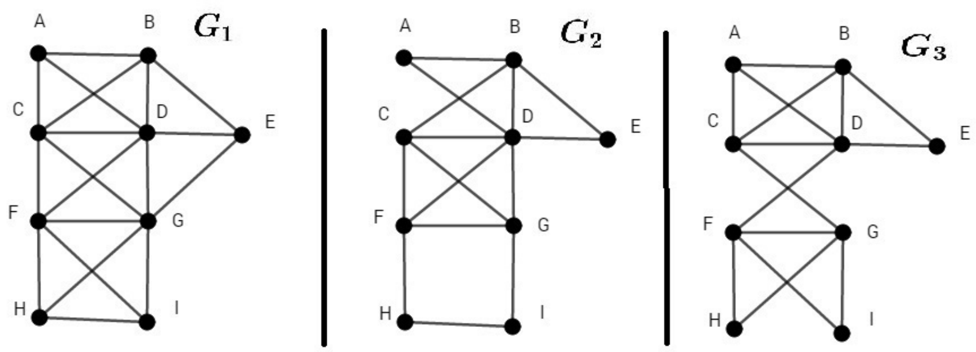
Algorytmy i twierdzenia teorii grafów nieskierowanych

Zadanie 1. Dla każdego z grafów G_1, G_2, G_3 wykonać kolejne kroki:
I. Sprawdzić, czy występuje w tym grafie cykl lub droga Eulera. Odpowiedź uzasadnić powołując się na odpowiednie twierdzenie. II. Jeśli dla któregoś z grafów będzie istnieć droga Eulera ale nie cykl Eulera, wykorzystać algorytm Fleury'ego do znalezienia jednej z tych dróg, zapisując przebieg algorytmu w tabeli o nagłówkach jak poniżej. Zapisać odpowiedź w postaci ciągu kolejnych odwiedzanych wierzchołków na tej drodze.

Nr etapu	wybór	inne możliwości	obecny wierzchołek
1			

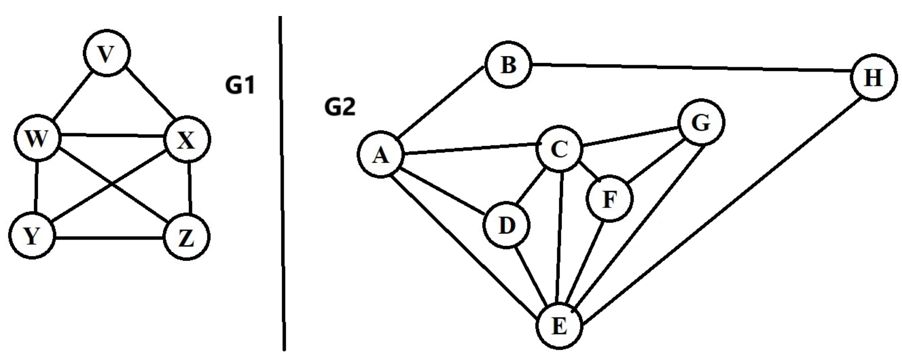


Zadanie 2. Dla grafu z zadania 1, dla którego istniał cykl Eulera, wykorzystać algorytm Fleury'ego do znalezienia takiego cyklu, zapisując przebieg algorytmu w tabeli o nagłówkach jak poniżej.

Nr etapu	wybór	inne możliwości	obecny wierzchołek
1			

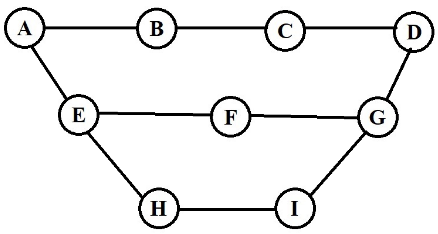
Dodatkowo, dla grafów z zadania 1 wskazać (niealgorytmicznie) cykl Hamiltona lub uzasadnić, że taki cykl nie istnieje.

Zadanie 3. Sprawdzić, czy poniższe grafy
a) Spełniają założenia twierdzenia Diraca (zacytować twierdzenie);
b) Spełniają założenia twierdzenia Orego (zacytować twierdzenie);
c) Są hamiltonowskie (wskazać cykl Hamiltona, jeśli tak).

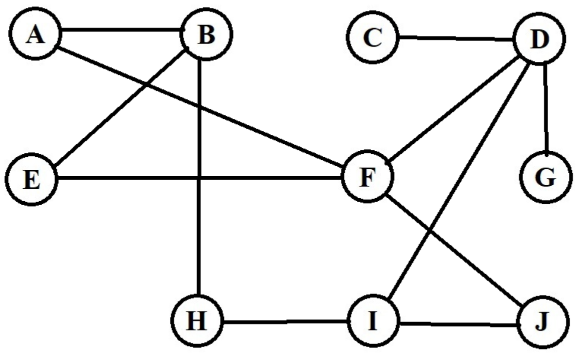


Zadanie 4. Narysować grafy nieskierowane, spójne, proste o 5-8 wierzchołkach i 5-12 krawędziach spełniające następujące warunki (lub uzasadnić, że taki graf nie istnieje):
a) Graf nie jest eulerowski ani hamiltonowski.
b) Graf jest eulerowski, ale nie hamiltonowski.
c) Graf jest hamiltonowski, ale nie eulerowski.
d) Graf jest eulerowski i hamiltonowski.

Zadanie 5. Dla poniższych grafów wykonać kolejno operacje:
I. Sprawdzić, czy graf jest dwudzielny za pomocą algorytmu sprawdzania dwudzielności z wykładu. Jeśli jest dwudzielny, podzielić wierzchołki na podzbiory V_1 i V_2 z definicji dwudzielności tak, by $|V_1| \leq |V_2|$ (w wypadku równości, V_1 to będzie zbiór, który zawiera wierzchołek A.
II. Jeśli graf jest dwudzielny, wskazać skojarzenie pełne zbioru V_1 lub udowodnić (na podstawie twierdzenia Halla), że takie skojarzenie nie istnieje.
III. Obliczyć stopień maksymalny grafu i wyznaczyć ograniczenie na jego liczbę chromatyczną wynikające z twierdzenia Brooksa. Podać faktyczną liczbę chromatyczną grafu i optymalne kolorowanie wierzchołkowe.
IV. Wyznaczyć ograniczenie na indeks chromatyczny grafu wynikające z twierdzenia Vizinga. Podać faktyczny indeks chromatyczny grafu i optymalne kolorowanie krawędziowe.
a)



b)



Zadanie 6. Podaj przykład trzech grafów prostych, spójnych, o co najmniej 4 wierzchołkach i 6 krawędziach, w których liczba chromatyczna jest odpowiednio mniejsza, równa i większa od indeksu chromatycznego.

Zadanie 7. Dla poniższego grafu, wykonaj następujące procedury:
I. Wypisz wierzchołki w kolejności przechodzenia grafu w głąb (zaczynamy od wierzchołka A i w każdym kroku „remisy” rozstrzyga kolejność alfabetyczna)
II. Wykorzystaj algorytm przeszukiwania wszerz ze wskaźnikami do określenia najkrótszej drogi z pomiędzy zadanymi wierzchołkami. Zapisz tę drogę i zapisz sposób wykonania algorytmu w postaci tabelki:

Nr etapu	Zbiór L	Zbiór S	Odległości	Wskaźniki

III. Wypisz wierzchołki w kolejności przechodzenia grafu wszerz (zaczynamy od wierzchołka A i w każdym kroku „remisy” rozstrzyga kolejność alfabetyczna)
Wyznaczana najkrótsza droga: od A do H