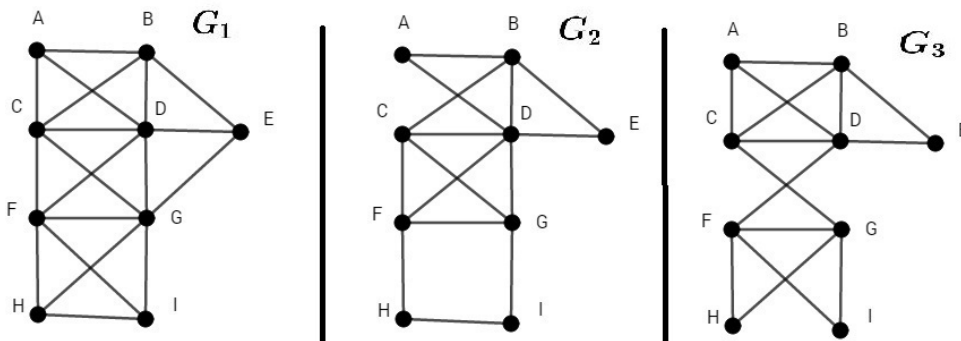


Zadanie 1. Dla każdego z grafów G_1, G_2, G_3 wykonać kolejne kroki:

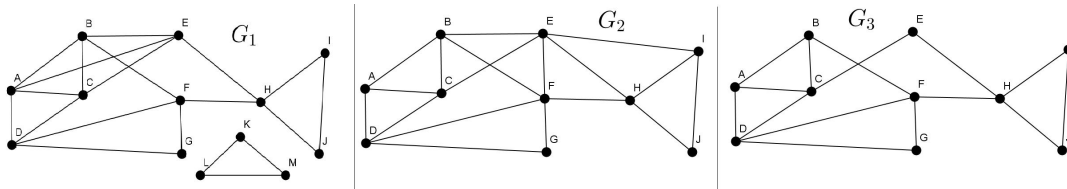
- I. Wskazać (niealgorytmicznie) cykl Hamiltona lub uzasadnić, że taki cykl nie istnieje.
- II. Sprawdzić, czy występuje w tym grafie cykl lub droga Eulera. Odpowiedź uzasadnić powołując się na odpowiednie twierdzenie.
- III. Jeśli dla któregoś z grafów będzie istnieć droga Eulera ale nie cykl Eulera, wykorzystać algorytm Fleury'ego do znalezienia jednej z tych dróg, zapisując przebieg algorytmu w tabeli o nagłówkach jak poniżej. Zapisać odpowiedź w postaci ciągu kolejnych odwiedzanych wierzchołków na tej drodze.

Nr etapu	wybór	inne możliwości	obecny wierzchołek
1			

a)



b)

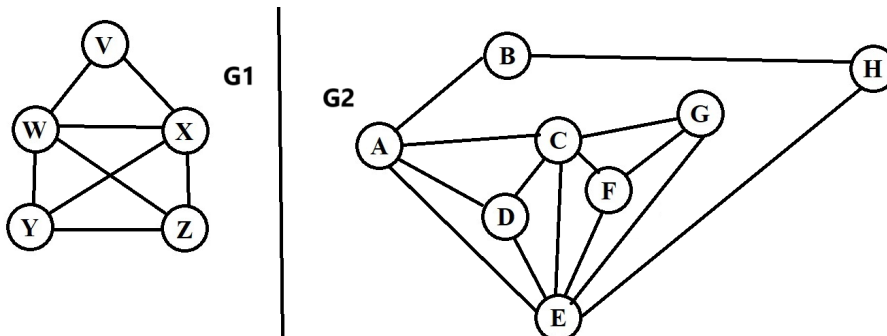


Zadanie 2. Dla każdego z grafów z zadania 1, dla którego istniał cykl Eulera, wykorzystać algorytm Fleury'ego do znalezienia takiego cyklu, zapisując przebieg algorytmu w tabeli o nagłówkach jak poniżej.

Nr etapu	wybór	inne możliwości	obecny wierzchołek
1			

Zadanie 3. Sprawdzić, czy poniższe grafy

- a) Spełniają założenia twierdzenia Diraca (zacytować twierdzenie);
- b) Spełniają założenia twierdzenia Ore'go (zacytować twierdzenie);
- c) Są hamiltonowskie (wskazać cykl Hamiltona, jeśli tak).



Zadanie 4. Narysować grafy nieskierowane, spójne, proste o 5-8 wierzchołkach i 5-12 krawędziach spełniające następujące warunki (lub uzasadnić, że taki graf nie istnieje):

- Graf nie jest eulerowski ani hamiltonowski.
- Graf jest eulerowski, ale nie hamiltonowski.
- Graf jest hamiltonowski, ale nie eulerowski.
- Graf jest eulerowski i hamiltonowski.

Zadanie 5. Dla poniższych grafów wykonać kolejno operacje:

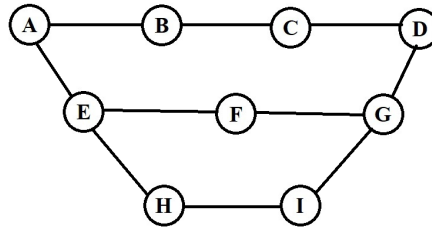
I. Sprawdzić, czy graf jest dwudzielny za pomocą algorytmu sprawdzania dwudzielności z wykładu. Jeśli jest dwudzielny, podzielić wierzchołki na podzbiory V_1 i V_2 z definicji dwudzielności tak, by $|V_1| \leq |V_2|$ (w wypadku równości, V_1 to będzie zbiór, który zawiera wierzchołek A).

II. Jeśli graf jest dwudzielny, wskazać skojarzenie pełne zbioru V_1 lub udowodnić (na podstawie twierdzenia Halla), że takie skojarzenie nie istnieje.

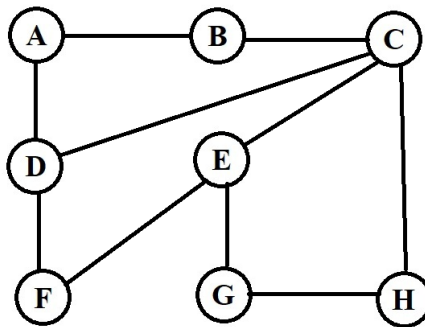
III. Obliczyć stopień maksymalny grafu i wyznaczyć ograniczenie na jego liczbę chromatyczną wynikające z twierdzenia Brooksa. Podać faktyczną liczbę chromatyczną grafu i optymalne kolorowanie wierzchołkowe.

IV. Wyznaczyć ograniczenie na indeks chromatyczny grafu wynikające z twierdzenia Vizinga. Podać faktyczny indeks chromatyczny grafu i optymalne kolorowanie krawędziowe.

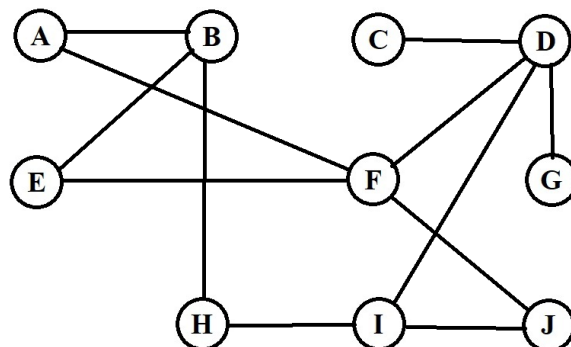
a)



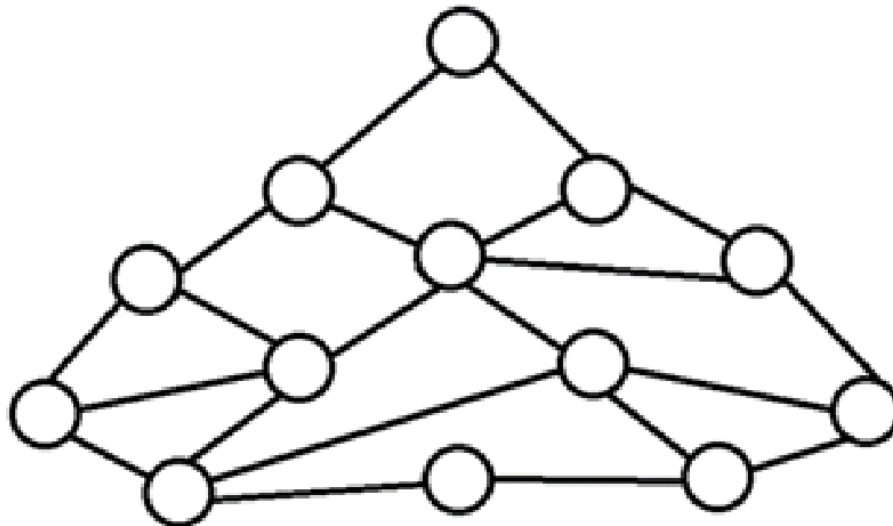
b)



c)



Zadanie 6. (autor: Grzegorz Szulik) Oto schemat choinki, którą właścicielka chce ubrać tak, by wierzchołki oznaczały bombki, a krawędzie - łańcuchy. Ile różnych rodzajów bombek oraz łańcuchów powinna kupić, jeśli chce, by żadne dwie bombki tego samego rodzaju nie były połączone tym samym łańcuchem i do żadnej bombki nie dochodziły dwa łańcuchy tego samego rodzaju. a do jednej bombki nie mogą dochodzić dwa te same łańcuchy.



Zadanie 7. (autor: Grzegorz Szulik) Maria zaprosiła na przyjęcie 9 znajomych: Ełę, Franciszka, Gabrielę, Henryka, Irenę, Jerzego, Kacpra, Lindę i Łucję. Poniższa tabela zawiera informacje, kto z kim lubi rozmawiać (+), a z kim nie (-). Ile stolików powinno być zarezerwowanych, by wszyscy siedzieli tylko z osobami, które lubią rozmawiać? (wskazówka: sprowadzić zadanie do obliczenia liczby chromatycznej pewnego grafu)

	E	F	G	H	I	J	K	L	Ł
E	#	+	-	+	+	-	+	+	-
F	+	#	+	+	-	+	-	+	+
G	-	+	#	-	+	+	+	+	-
H	+	+	-	#	-	+	-	-	+
I	+	-	+	-	#	-	+	+	-
J	-	+	+	+	-	#	+	-	+
K	+	-	+	-	+	+	#	-	+
L	+	+	+	-	+	-	-	#	+
Ł	-	+	-	+	-	+	+	+	#

Zadanie 8. Podaj przykład trzech grafów prostych, spójnych, o co najmniej 4 wierzchołkach i 6 krawędziach, w których liczba chromatyczna jest odpowiednio mniejsza, równa i większa od indeksu chromatycznego.

Zadanie 9. Dla poniższych grafów, wykonaj następujące procedury:

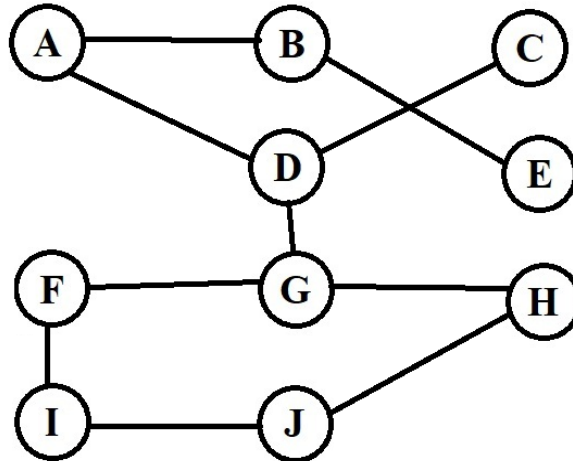
I. Wypisz wierzchołki w kolejności przechodzenia grafu w głąb (zaczynamy od wierzchołka A i w każdym kroku „remisy” rozstrzyga kolejność alfabetyczna)

II. Wykorzystaj algorytm przeszukiwania wszerz ze wskaźnikami do określenia najkrótszej drogi z pomiędzy zadanymi wierzchołkami. Zapisz tę drogę i zapisz sposób wykonania algorytmu w postaci tabelki:

Nr etapu	Zbiór L	Zbiór S	Odległości	Wskaźniki
----------	---------	---------	------------	-----------

III. Wypisz wierzchołki w kolejności przechodzenia grafu wszerz (zaczynamy od wierzchołka A i w każdym kroku „remisy” rozstrzyga kolejność alfabetyczna)

a) Wyznaczana najkrótsza droga: od A do J



b) Wyznaczana najkrótsza droga: A do D

