

Grupa A

1.(50 punktów) Wyznaczyć iloczyn skalarny wektorów: $(3, -5, 2)$ i $(-1, 4, 9)$ i rozstrzygnąć (z uzasadnieniem), czy kąt między nimi jest ostry, prosty, czy rozwarty?

2. (200 punktów) a) Dane są funkcje o wzorach $f(x) = \sqrt{5-x}$, $g(x) = \log_3(3-x)$. Podać wzór i dziedzinę funkcji $g \circ f$.

b) Podać wzór funkcji odwrotnej do $h(x) = 2^{\cos[\log_5(x^{-1})]}$. (bez zajmowania się dziedziną).

3.(250 punktów) Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej:

$$\frac{(-\sqrt{7} + \sqrt{21}i)^9}{(-7 - 7i)^5}.$$

4.(150 punktów) Rozwiązać (w liczbach zespolonych) równanie: $z^2 + 13i = (1 + 6i)z + 11$.

5.(150 punktów) Na płaszczyźnie zespolonej naszkicować zbiór punktów $z \in \mathbb{C}$ spełniających warunek:

$$1 \leq |z + 3 + i| < 4 \wedge \pi < \text{Arg } z < \frac{7}{4}\pi \wedge \text{Re } z > -3.$$

Powodzenia!

Grzesiek Kosiorowski

Grupa B

1.(50 punktów) Wyznaczyć iloczyn skalarny wektorów: $(-7, 2, 2)$ i $(3, 9, -1)$ i rozstrzygnąć (z uzasadnieniem), czy kąt między nimi jest ostry, prosty, czy rozwarty?

2.(200 punktów)

a) Dane są funkcje o wzorach $f(x) = \sqrt{4+x}$, $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3x+1)$. Podać wzór i dziedzinę funkcji $f \circ g$.

b) Podać wzór funkcji odwrotnej do $h(x) = \ln(\sin 3^x + 2)$. (bez zajmowania się dziedziną).

3.(250 punktów) Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej:

$$\frac{(5 - 5i)^6}{(-\sqrt{15} + \sqrt{5}i)^{11}}.$$

4.(150 punktów) Rozwiązać (w liczbach zespolonych) równanie: $z^2 + 11 + 12i = 8z$.

5.(150 punktów) Na płaszczyźnie zespolonej naszkicować zbiór punktów $z \in \mathbb{C}$ spełniających warunek:

$$1 < |z + 3i + 1| \leq 2 \wedge \frac{2}{3}\pi \leq \text{Arg } z \leq \frac{3}{2}\pi \wedge \text{Im } z \geq -3.$$

Powodzenia!

Grzesiek Kosiorowski
