

Zadania na ćwiczenia:

I. Rozwiązać równanie macierzowe, wykorzystując macierz odwrotną (I jest macierzą jednostkową odpowiedniego wymiaru):

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (2X + 3I)^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}^T.$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}^2 + \frac{1}{2}X \cdot \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -6 & -6 \end{bmatrix} \right)^T = \begin{bmatrix} 17 & -18 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + 4I.$$

$$\text{II. Rozwiązać układ równań macierzowych: } \begin{cases} X + 2Y = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}.$$

Zadania domowe:

Zadanie 1. Rozwiązać równania macierzowe:

$$\text{a) } 5X - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 3X - \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}; \text{ b) } 2(X^T) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix};$$

$$\text{c) } \left(3X - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \right)^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix};$$

$$\text{d) } (X^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}; \text{ e) } (X^T - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 2. Za pomocą macierzy odwrotnej rozwiązać równania macierzowe (I jest macierzą jednostkową odpowiedniego wymiaru):

$$\text{a) } X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}; \text{ b) } \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix};$$

$$\text{c) } \left(\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} \cdot X \right)^T - I + \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 7 & -6 \end{bmatrix};$$

$$\text{d) } \left(X \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} - 3I + \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}^2 \right)^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\text{e) } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \text{ f) } X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\text{g) } \det \begin{bmatrix} -2 & 3 & 15 & 2 \\ 0 & \frac{1}{8} & 18 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot X^T \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + 2I \right) = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}^T \right)^T;$$

$$\text{h) } \left(\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - I \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} -29 & 23 \\ 18 & 40 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \cdot X \right)^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix};$$

$$\text{i) } 3 \left[\begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T + \left(\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} - 2I \right) \cdot X \right)^T \right] = \\ = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -5 & -6 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^2.$$