

Nie wszystkie poniższe zadania znajdują się na sprawdzianie. Niektóre mogą być tylko w jednej grupie, innych w ogóle nie będzie, a inne będą pomieszczone (np. rozwiązanie nierówności może być częścią rysowania iloczynu kartezjańskiego, albo definicji relacji, składowane funkcje może trzeba będzie odwrócić, a do funkcji odwrotnej znaleźć dziedzinę itp.). Prawdopodobnie na sprawdzianie będzie 5 lub 6 zadań - wyceniane na mniej więcej 200 punktów. Zadania planuję wybrać z poniższych typów (w większości zadań nie będzie kilku relacji, czy kilku nierówności - pokazuję jakie typy równości/nierówności mogą się pojawić):

1. Znaleźć (narysować) $A \times B$, gdy:

$$A = \{x : \sin x \geq \frac{1}{2}\} ; B = \{x : x^3 + 3x^2 > x + 3\} \cap (-2, 4].$$

2. Rozwiązać nierówności (uwzględniając dziedzinę!):

$$\log_2 \frac{5x-15}{x-4} < 2$$

$$\arcsin(\log_2 x) \geq \frac{\pi}{6}$$

3. Dane są funkcje $f(x) = 2 \arccos(x)$, $g(x) = \log_5 x$, $h(x) = \sqrt{4x+5}$. Podać dziedzinę i wzór funkcji $f \circ h \circ g$.

4. Podać wzór funkcji odwrotnej do $f(x) = 3^{\arctg(5x+2)}$ (nie obliczać dziedziny!).

5. W \mathbb{R}^4 ze standardowym iloczynem skalarnym dane są wektory: $x = (1, 2, 0, 3)$ i $y = (2, 3, -1, 0)$. Dobrać a i b tak, by wektor $z = (0, 0, 1, 1) + ax + by$ był ortogonalny (prostopadły) do x i do y .

6. Podać kosinus kąta między wektorami $(0, 1, 3, -2)$ i $(3, 5, -1, 6)$ i uzasadnić, czy jest on ostry, prosty, czy rozwarty?

7. Obliczyć wartość poniższego wyrażenia, przedstawiając je w postaci algebraicznej: $\frac{(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i)^{29}}{(\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}}{8}i)^{14}}$.

8. Obliczyć i zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej: $\sqrt[3]{2-2i}$.

9. Rozwiązać w liczbach zespolonych równanie:

$$iz^2 + (i-3)z + 1 - 8i = 0.$$

10. Na płaszczyźnie zespolonej zaznaczyć zbiór punktów spełniający warunek: $\frac{3\pi}{2} \leq \text{Arg } z < \frac{7\pi}{4} \wedge |z+2| \geq 2 \wedge \Im z > -3$.

Ewentualnie, w zależności od ustaleń z ćwiczeń:

11. Rozwiązać metodą Gaussa-Jordana układ równań liniowych:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_2 - x_3 + x_6 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_6 = -1 \\ x_4 - x_5 = 2 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases} .$$

Powodzenia!

Grzesiek Kosiorowski
