3b. Pochodne - interpretacje ekonomiczne

Grzegorz Kosiorowski

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Koszt krańcowy - przypomnienie

Na wykładzie z granic pojawiła się konieczność obliczenia kosztu krańcowego w następujący sposób:

$$\lim_{h \to 0} A(h) = \lim_{h \to 0} \frac{C(100+h) - C(100)}{h}.$$

Koszt krańcowy - przypomnienie

Na wykładzie z granic pojawiła się konieczność obliczenia kosztu krańcowego w następujący sposób:

$$\lim_{h \to 0} A(h) = \lim_{h \to 0} \frac{C(100+h) - C(100)}{h}.$$

Jak widać, jest ta granica to po prostu pochodna funkcji C w punkcie 100 ($C'(100)$).

Wartość krańcowa

Generalnie, średnią reakcję wyniku dowolnego procesu ekonomicznego f na przyrost czynnika x o h z punktu x_0 możemy wyrazić jako $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

Wartość krańcowa

Generalnie, średnią reakcję wyniku dowolnego procesu ekonomicznego f na przyrost czynnika x o h z punktu x_0 możemy wyrazić jako $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. Jeśli przyjmie się, że czynnik x jest nieskończenie podzielny (zazwyczaj nie zaburza to modelu, o ile wartości, na których operujemy, są duże) to można założyć, że h zmierza do 0 i zamiast ilorazu różnicowego otrzymamy pochodną w punkcie x_0.

Wartość krańcowa

Generalnie, średnią reakcję wyniku dowolnego procesu ekonomicznego f na przyrost czynnika x o h z punktu x_0 możemy wyrazić jako $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. Jeśli przyjmie się, że czynnik x jest nieskończenie podzielny (zazwyczaj nie zaburza to modelu, o ile wartości, na których operujemy, są duże) to można założyć, że h zmierza do 0 i zamiast ilorazu różnicowego otrzymamy pochodną w punkcie x_0.

Wartość krańcowa

Opisaną przed chwilą pochodną $f'(x_0)$ nazywamy *krańcowym wynikiem działania czynnika* x dla $x = x_0$.

Wartość krańcowa

Generalnie, średnią reakcję wyniku dowolnego procesu ekonomicznego f na przyrost czynnika x o h z punktu x_0 możemy wyrazić jako $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. Jeśli przyjmie się, że czynnik x jest nieskończenie podzielny (zazwyczaj nie zaburza to modelu, o ile wartości, na których operujemy, są duże) to można założyć, że h zmierza do 0 i zamiast ilorazu różnicowego otrzymamy pochodną w punkcie x_0.

Wartość krańcowa

Opisaną przed chwilą pochodną $f'(x_0)$ nazywamy *krańcowym wynikiem działania czynnika* x dla $x = x_0$.

Wielkość ta mówi, o ile (w przybliżeniu) wzrośnie (lub zmaleje, jeśli znak wyniku jest ujemny) dana wielkość (f) gdy x wzrośnie o jednostkę z poziomu x_0.

Wartość krańcowa

Generalnie, średnią reakcję wyniku dowolnego procesu ekonomicznego f na przyrost czynnika x o h z punktu x_0 możemy wyrazić jako $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. Jeśli przyjmie się, że czynnik x jest nieskończenie podzielny (zazwyczaj nie zaburza to modelu, o ile wartości, na których operujemy, są duże) to można założyć, że h zmierza do 0 i zamiast ilorazu różnicowego otrzymamy pochodną w punkcie x_0.

Wartość krańcowa

Opisaną przed chwilą pochodną $f'(x_0)$ nazywamy *krańcowym wynikiem działania czynnika* x dla $x = x_0$.

Wielkość ta mówi, o ile (w przybliżeniu) wzrośnie (lub zmaleje, jeśli znak wyniku jest ujemny) dana wielkość (f) gdy x wzrośnie o jednostkę z poziomu x_0.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Od czasów rewolucji marginalistycznej (Menger, Walras, Jevons), wartości krańcowe pełnią najbardziej kluczową rolę w ekonomii.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Od czasów rewolucji marginalistycznej (Menger, Walras, Jevons), wartości krańcowe pełnią najbardziej kluczową rolę w ekonomii.

- Porównanie przychodu krańcowego i kosztu krańcowego (w zależności od wielkości produkcji) decyduje o tym, czy firmie opłaca się zwiększać produkcję.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Od czasów rewolucji marginalistycznej (Menger, Walras, Jevons), wartości krańcowe pełnią najbardziej kluczową rolę w ekonomii.

- Porównanie przychodu krańcowego i kosztu krańcowego (w zależności od wielkości produkcji) decyduje o tym, czy firmie opłaca się zwiększać produkcję.
- Prawo malejących przychodów krańcowych (znane nam już jako podstawa fałszywej hipotezy Malthusa) mówi o tym, że w mierę wzrostu nakładów tylko jednego typu (np. zwiększenie tylko liczby pracowników lub tylko liczby maszyn lub tylko nakładów na reklamę) wzrost przychodu będzie coraz mniejszy (czyli, że funkcja przychodu krańcowego od pojedynczego nakładu jest malejąca).

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Od czasów rewolucji marginalistycznej, wartości krańcowe pełnią najbardziej kluczową rolę w ekonomii.

- Popyt krańcowy (w zależności od ceny lub dochodów danej osoby) jest kluczową funkcją opisującą zachowania konsumenta.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Od czasów rewolucji marginalistycznej, wartości krańcowe pełnią najbardziej kluczową rolę w ekonomii.

- Popyt krańcowy (w zależności od ceny lub dochodów danej osoby) jest kluczową funkcją opisującą zachowania konsumenta.
- Podobnie podaż krańcowa (w zależności od ceny) opisuje zachowania producentów.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Od czasów rewolucji marginalistycznej, wartości krańcowe pełnią najbardziej kluczową rolę w ekonomii.

- Popyt krańcowy (w zależności od ceny lub dochodów danej osoby) jest kluczową funkcją opisującą zachowania konsumenta.
- Podobnie podaż krańcowa (w zależności od ceny) opisuje zachowania producentów.
- Znaczenie krańcowej skłonności do konsumpcji i oszczędzania w modelach makroekonomicznych analizowaliśmy na przykładzie modelu Keynesa zmian dochodu narodowego.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Najbardziej chyba istotna z wartości krańcowych jest użyteczność krańcowa danego produktu, która w porównaniu z użytecznością krańcową pieniędzy posiadanych przez potencjalnego nabywcę decyduje o subiektywnej wartości produktu, popycie na ten produkt i, w konsekwencji, jego cenie.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Najbardziej chyba istotna z wartości krańcowych jest użyteczność krańcowa danego produktu, która w porównaniu z użytecznością krańcową pieniędzy posiadanych przez potencjalnego nabywcę decyduje o subiektywnej wartości produktu, popycie na ten produkt i, w konsekwencji, jego cenie.

Prawo Gossena malejącej użyteczności krańcowej

Wraz ze wzrostem ilości x danego dobra w posiadaniu danego gracza rynkowego, użyteczność krańcowa $u'(x)$ z jego posiadania maleje.

Wartości krańcowe - uwagi i przykłady

Najbardziej chyba istotna z wartości krańcowych jest użyteczność krańcowa danego produktu, która w porównaniu z użytecznością krańcową pieniędzy posiadanych przez potencjalnego nabywcę decyduje o subiektywnej wartości produktu, popycie na ten produkt i, w konsekwencji, jego cenie.

Prawo Gossena malejącej użyteczności krańcowej

Wraz ze wzrostem ilości x danego dobra w posiadaniu danego gracza rynkowego, użyteczność krańcowa $u'(x)$ z jego posiadania maleje.

Do tego prawa i jego matematycznej interpretacji będziemy wracać jeszcze wielokrotnie.

Prawo Gossena - uwaga

Tu ponownie należy sobie przypomnieć o nieporównywalności użyteczności różnych osób:

Prawo Gossena - uwaga

Tu ponownie należy sobie przypomnieć o nieporównywalności użyteczności różnych osób: to, że wzrost stanu posiadania o jednostkę dobra spowoduje większy wzrost użyteczności dla konsumenta A, gdy ma on 10 jednostek niż gdy ma 100 jednostek, nie oznacza, że wzrost użyteczności z dodatkowej posiadanej jednostki dobra jest większy dla konsumenta A, który ma 10 jednostek dobra niż dla konsumenta B, który ma 100 jednostek dobra.

Prawo Gossena - uwaga

Tu ponownie należy sobie przypomnieć o nieporównywalności użyteczności różnych osób: to, że wzrost stanu posiadania o jednostkę dobra spowoduje większy wzrost użyteczności dla konsumenta A, gdy ma on 10 jednostek niż gdy ma 100 jednostek, nie oznacza, że wzrost użyteczności z dodatkowej posiadanej jednostki dobra jest większy dla konsumenta A, który ma 10 jednostek dobra niż dla konsumenta B, który ma 100 jednostek dobra.
Argumenty oparte na tym pojawiają się w debatach na tematy ekonomiczne, lecz z matematycznego punktu widzenia są kompletnie bezwartościowe.

Dodatkowa uwaga - krańcowość i „marginalność”

W niektórych podręcznikach zamiast słowa krańcowy używa się słowa „marginalny” (a już sformułowanie „rewolucja marginalistyczna” się tak utarło, że nawet ja go używam). Wydaje mi się, że jest to błąd w tłumaczeniu angielskiego słowa „marginal” - w języku polskim słowo „marginalny” nie oznacza tego samego, a raczej określenie czegoś nieistotnego. Jak widzieliśmy w przykładach, wartości krańcowe zdecydowanie nie są nieistotne, więc raczej będę używać słowa „krańcowy”.

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować.

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować.
Obliczenia za chwilę zobaczymy na przykładzie. Jak powinna wyglądać interpretacja?
Załóżmy, że obliczona wartość produktu krańcowego wynosi 6 dla wielkości nakładów 1000. Wtedy interpretacja wyniku powinna brzmieć tak:

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować. Obliczenia za chwilę zobaczymy na przykładzie. Jak powinna wyglądać interpretacja?
Załóżmy, że obliczona wartość produktu krańcowego wynosi 6 dla wielkości nakładów 1000. Wtedy interpretacja wyniku powinna brzmieć tak:
Jeżeli wielkość *nakładów* z poziomu *1000* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować. Obliczenia za chwilę zobaczymy na przykładzie. Jak powinna wyglądać interpretacja?

Załóżmy, że obliczona wartość produktu krańcowego wynosi 6 dla wielkości nakładów 1000. Wtedy interpretacja wyniku powinna brzmieć tak:

Jeżeli wielkość *nakładów* z poziomu *1000* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość *produktu*

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować.
Obliczenia za chwilę zobaczymy na przykładzie. Jak powinna wyglądać interpretacja?
Załóżmy, że obliczona wartość produktu krańcowego wynosi 6 dla wielkości nakładów 1000. Wtedy interpretacja wyniku powinna brzmieć tak:
Jeżeli wielkość *nakładów* z poziomu *1000* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość *produktu* **wzrośnie** o około *6* jednostek

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować. Obliczenia za chwilę zobaczymy na przykładzie. Jak powinna wyglądać interpretacja?
Załóżmy, że obliczona wartość produktu krańcowego wynosi 6 dla wielkości nakładów 1000. Wtedy interpretacja wyniku powinna brzmieć tak:
Jeżeli wielkość *nakładów* z poziomu *1000* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość *produktu* **wzrośnie** o około *6* jednostek (elementy tego zdania zapisane kursywą oczywiście zmieniamy w zależności od treści i wyniku zadania, a słowo wzrośnie zmieniamy na zmaleje jeśli wynik jest ujemny).

Zadania dotyczące wartości krańcowych

Typowe zadanie z tego tematu: jest dana zależność funkcyjna wielkości ekonomicznych np. produktu od nakładów. Należy obliczyć wartość krańcową dla podanego argumentu i zinterpretować. Obliczenia za chwilę zobaczymy na przykładzie. Jak powinna wyglądać interpretacja?
Załóżmy, że obliczona wartość produktu krańcowego wynosi 6 dla wielkości nakładów 1000. Wtedy interpretacja wyniku powinna brzmieć tak:
Jeżeli wielkość *nakładów* z poziomu *1000* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość *produktu* **wzrośnie** o około *6* jednostek (elementy tego zdania zapisane kursywą oczywiście zmieniamy w zależności od treści i wyniku zadania, a słowo wzrośnie zmieniamy na zmaleje jeśli wynik jest ujemny). Zwracam uwagę, że w interpretacji nie pojawia się nigdzie sformułowanie produkt krańcowy (w szczególności tam, gdzie jest napisane produkt).

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

a) Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

a) Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Rozwiązanie zaczynamy od obliczenia pochodnej $Q'(p)$.

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

a) Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Rozwiązanie zaczynamy od obliczenia pochodnej $Q'(p)$.

$$Q'(p) = 0 + (\sqrt[3]{2p})' \cdot e^{-3p+12} + \sqrt[3]{2p}(e^{-3p+12})' =$$

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

a) Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Rozwiązanie zaczynamy od obliczenia pochodnej $Q'(p)$.

$$Q'(p) = 0 + (\sqrt[3]{2p})' \cdot e^{-3p+12} + \sqrt[3]{2p}(e^{-3p+12})' = 2 \cdot \frac{1}{3}(2p)^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-3p+12} +$$

$$+\sqrt[3]{2p} \cdot$$

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

a) Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Rozwiązanie zaczynamy od obliczenia pochodnej $Q'(p)$.

$$Q'(p) = 0 + (\sqrt[3]{2p})' \cdot e^{-3p+12} + \sqrt[3]{2p}(e^{-3p+12})' = 2 \cdot \frac{1}{3}(2p)^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-3p+12} +$$

$$+\sqrt[3]{2p} \cdot (-3) \cdot e^{-3p+12}.$$

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem: $Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}$. Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Podstawiamy $p_0 = 32$.

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem: $Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}$. Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Podstawiamy $p_0 = 32$.

$$Q'(32) = \frac{2}{3} \cdot 64^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-96+12} + \sqrt[3]{64} \cdot$$

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem: $Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}$. Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Podstawiamy $p_0 = 32$.

$$Q'(32) = \frac{2}{3} \cdot 64^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-96+12} + \sqrt[3]{64} \cdot (-3) \cdot e^{-96+12} = -\frac{277}{24} e^{-84}.$$

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem: $Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}$. Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Podstawiamy $p_0 = 32$.

$$Q'(32) = \frac{2}{3} \cdot 64^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-96+12} + \sqrt[3]{64} \cdot (-3) \cdot e^{-96+12} = -\frac{277}{24} e^{-84}.$$

Interpretacja: Jeżeli *cena* z poziomu *32* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem: $Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}$. Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Podstawiamy $p_0 = 32$.

$$Q'(32) = \frac{2}{3} \cdot 64^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-96+12} + \sqrt[3]{64} \cdot (-3) \cdot e^{-96+12} = -\frac{277}{24} e^{-84}.$$

Interpretacja: Jeżeli *cena* z poziomu *32* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość *popytu*

Wartości krańcowe - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem: $Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}$. Dla ceny $p_0 = 32$ obliczyć wartość popytu krańcowego na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Podstawiamy $p_0 = 32$.

$$Q'(32) = \frac{2}{3} \cdot 64^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-96+12} + \sqrt[3]{64} \cdot (-3) \cdot e^{-96+12} = -\frac{277}{24} e^{-84}.$$

Interpretacja: Jeżeli *cena* z poziomu *32* wzrośnie o 1 jednostkę, to wielkość *popytu* **zmaleje** o około $\frac{277}{24} e^{-84}$ jednostek.

Elastyczność - motywacja

Wracamy do przykładu z początku wykładu o pochodnych. Rozważamy funkcję przychodu ze sprzedaży danego dobra w zależności od jego ceny: $R(p) = pQ(p)$. Kiedy ten przychód będzie rósł ze wzrostem ceny?

Elastyczność - motywacja

Wracamy do przykładu z początku wykładu o pochodnych.
Rozważamy funkcję przychodu ze sprzedaży danego dobra w zależności od jego ceny: $R(p) = pQ(p)$. Kiedy ten przychód będzie rósł ze wzrostem ceny?
R rośnie w otoczeniu p_0, gdy pochodna $R'(p_0)$ jest dodatnia.

Elastyczność - motywacja

Wracamy do przykładu z początku wykładu o pochodnych. Rozważamy funkcję przychodu ze sprzedaży danego dobra w zależności od jego ceny: $R(p) = pQ(p)$. Kiedy ten przychód będzie rósł ze wzrostem ceny?

R rośnie w otoczeniu p_0, gdy pochodna $R'(p_0)$ jest dodatnia.

Przekształćmy:

$$R'(p_0) = Q(p_0) + p_0 Q'(p_0) > 0$$

Elastyczność - motywacja

Wracamy do przykładu z początku wykładu o pochodnych.
Rozważamy funkcję przychodu ze sprzedaży danego dobra w zależności od jego ceny: $R(p) = pQ(p)$. Kiedy ten przychód będzie rósł ze wzrostem ceny?
R rośnie w otoczeniu p_0, gdy pochodna $R'(p_0)$ jest dodatnia.
Przekształćmy:

$$R'(p_0) = Q(p_0) + p_0 Q'(p_0) > 0 \Leftrightarrow -\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1.$$

Elastyczność - motywacja

Wracamy do przykładu z początku wykładu o pochodnych. Rozważamy funkcję przychodu ze sprzedaży danego dobra w zależności od jego ceny: $R(p) = pQ(p)$. Kiedy ten przychód będzie rósł ze wzrostem ceny?
R rośnie w otoczeniu p_0, gdy pochodna $R'(p_0)$ jest dodatnia.
Przekształćmy:

$$R'(p_0) = Q(p_0) + p_0 Q'(p_0) > 0 \Leftrightarrow -\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1.$$

Elastyczność - motywacja

Przychód rośnie, gdy $-\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1$.

Elastyczność - motywacja

Przychód rośnie, gdy $-\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1$. Jako, że $Q'(p) < 0$ (poza szczególnymi sytuacjami), moglibyśmy napisać, że:

$$|E_p Q(p_0)| = |\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)}| < 1.$$

Elastyczność - motywacja

Przychód rośnie, gdy $-\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1$. Jako, że $Q'(p) < 0$ (poza szczególnymi sytuacjami), moglibyśmy napisać, że:

$$|E_p Q(p_0)| = |\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)}| < 1.$$

Wielkość pod wartością bezwzględną nazywamy *elastycznością cenową popytu*.

Elastyczność - motywacja

Przychód rośnie, gdy $-\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1$. Jako, że $Q'(p) < 0$ (poza szczególnymi sytuacjami), moglibyśmy napisać, że:

$$|E_p Q(p_0)| = |\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)}| < 1.$$

Wielkość pod wartością bezwzględną nazywamy *elastycznością cenową popytu*. Jeśli jej wartość bezwzględna jest mniejsza od 1, to mówimy, że popyt jest *nieelastyczny*.

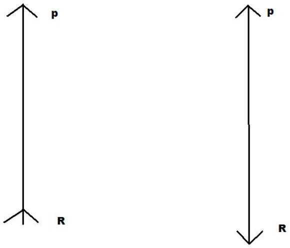
Elastyczność - motywacja

Przychód rośnie, gdy $-\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)} < 1$. Jako, że $Q'(p) < 0$ (poza szczególnymi sytuacjami), moglibyśmy napisać, że:

$$|E_p Q(p_0)| = |\frac{p_0 Q'(p_0)}{Q(p_0)}| < 1.$$

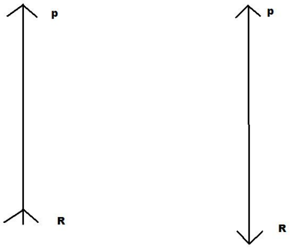
Wielkość pod wartością bezwzględną nazywamy *elastycznością cenową popytu*. Jeśli jej wartość bezwzględna jest mniejsza od 1, to mówimy, że popyt jest *nieelastyczny*. Reguła mówiąca o tym, że nieelastyczność cenowa popytu przy wzroście ceny prowadzi do wzrotu przychodu znana jest pod nazwą reguły **Amoroso-Robinson**.

Elastyczność - motywacja



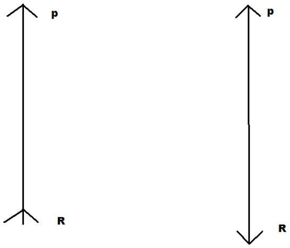
Nazwę pojęcia wyjaśnia powyższy rysunek: wyobraźmy sobie, że cena i przychód są połączone sznurkiem:

Elastyczność - motywacja



Nazwę pojęcia wyjaśnia powyższy rysunek: wyobraźmy sobie, że cena i przychód są połączone sznurkiem: sznurek po lewej jest nieelastyczny (bo „pociągnięcie" ceny w górę powoduje „pociągnięcie" przychodu w górę).

Elastyczność - motywacja



Nazwę pojęcia wyjaśnia powyższy rysunek: wyobraźmy sobie, że cena i przychód są połączone sznurkiem: sznurek po lewej jest nieelastyczny (bo „pociągnięcie" ceny w górę powoduje „pociągnięcie" przychodu w górę). Z kolei „rozsunięcie" się ceny i przychodu wymaga elastyczności „sznurka".

Elastyczność - definicja i interpretacja

Elastyczność

Niech f będzie funkcją rzeczywistą, różniczkowalną, a punkt x_0 należy do jej dziedziny. Stosunek wartości krańcowej $f'(x_0)$ do wartości średniej $\frac{f(x_0)}{x_0}$ tej funkcji w tym punkcie nazywa się *elastycznością* funkcji f w punkcie x_0. Wzorem zapisujemy:

$$E_x f(x_0) = \frac{x_0}{f(x_0)} \cdot f'(x_0).$$

Elastyczność - definicja i interpretacja

Elastyczność

Niech f będzie funkcją rzeczywistą, różniczkowalną, a punkt x_0 należy do jej dziedziny. Stosunek wartości krańcowej $f'(x_0)$ do wartości średniej $\frac{f(x_0)}{x_0}$ tej funkcji w tym punkcie nazywa się *elastycznością* funkcji f w punkcie x_0. Wzorem zapisujemy:

$$E_x f(x_0) = \frac{x_0}{f(x_0)} \cdot f'(x_0).$$

Interpretuje się ją jako przybliżoną wartość stosunku **względnego** (czyli wyrażonego w procentach) przyrostu wartości funkcji f do **względnego** przyrostu wartości argumentu x w pobliżu punktu x_0.

Elastyczność - definicja i interpretacja

Elastyczność

Niech f będzie funkcją rzeczywistą, różniczkowalną, a punkt x_0 należy do jej dziedziny. Stosunek wartości krańcowej $f'(x_0)$ do wartości średniej $\frac{f(x_0)}{x_0}$ tej funkcji w tym punkcie nazywa się *elastycznością* funkcji f w punkcie x_0. Wzorem zapisujemy:

$$E_x f(x_0) = \frac{x_0}{f(x_0)} \cdot f'(x_0).$$

Interpretuje się ją jako przybliżoną wartość stosunku **względnego** (czyli wyrażonego w procentach) przyrostu wartości funkcji f do **względnego** przyrostu wartości argumentu x w pobliżu punktu x_0.

Innymi słowy, wielkość ta mówi, o ile **procent** (w przybliżeniu) wzrośnie (lub zmaleje, jeśli znak wyniku jest ujemny) dana wielkość (f) gdy x wzrośnie o 1% z poziomu x_0.

Elastyczność i nieelastyczność

Mówi się też, że funkcja f jest *nieelastyczna*, jeśli $|E_x f| < 1$

Elastyczność i nieelastyczność

Mówi się też, że funkcja f jest *nieelastyczna*, jeśli $|E_x f| < 1$ i, że jest *silnie elastyczna*, jeśli $|E_x f| > 1$.

Elastyczność i nieelastyczność

Mówi się też, że funkcja f jest *nieelastyczna*, jeśli $|E_x f| < 1$ i, że jest *silnie elastyczna*, jeśli $|E_x f| > 1$. Tych określeń używa się najczęściej, jeśli te nierówności są „wyraźne" tj. różnica pomiędzy $|E_x f|$ i 1 jest duża.

Elastyczność i nieelastyczność

Mówi się też, że funkcja f jest *nieelastyczna*, jeśli $|E_x f| < 1$ i, że jest *silnie elastyczna*, jeśli $|E_x f| > 1$. Tych określeń używa się najczęściej, jeśli te nierówności są „wyraźne" tj. różnica pomiędzy $|E_x f|$ i 1 jest duża. Jeśli wartość elastyczności wynosi lub jest bliska 1, to mówi się o funkcji neutralnej.

Elastyczność i nieelastyczność

Mówi się też, że funkcja f jest *nieelastyczna*, jeśli $|E_x f| < 1$ i, że jest *silnie elastyczna*, jeśli $|E_x f| > 1$. Tych określeń używa się najczęściej, jeśli te nierówności są „wyraźne" tj. różnica pomiędzy $|E_x f|$ i 1 jest duża. Jeśli wartość elastyczności wynosi lub jest bliska 1, to mówi się o funkcji neutralnej.
W skrajnych przypadkach, gdy elastyczność jest bliska 0 lub ∞ mówi się o funkcji odpowiednio sztywnej lub doskonale elastycznej.

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Obliczyliśmy już:

$$Q'(p) = \frac{2}{3} \cdot (2p)^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-3p+12} + \sqrt[3]{2p} \cdot (-3) \cdot e^{-3p+12}.$$

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

Obliczyliśmy już:

$$Q'(p) = \frac{2}{3} \cdot (2p)^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-3p+12} + \sqrt[3]{2p} \cdot (-3) \cdot e^{-3p+12}.$$

Zatem

$$Q'(4) = \frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{4}) \cdot 1 + 2 \cdot (-3) \cdot 1 = -\frac{35}{6}$$

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

$Q'(4) = -\frac{35}{6}$.

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

$Q'(4) = -\frac{35}{6}$. Obliczamy $Q(4) = 10 + 2 \cdot 1 = 12$ i otrzymujemy:

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

$Q'(4) = -\frac{35}{6}$. Obliczamy $Q(4) = 10 + 2 \cdot 1 = 12$ i otrzymujemy:

$$E_p Q(4) = \frac{4 \cdot (-\frac{35}{6})}{12} = \frac{-70}{36} \approx -1,94.$$

Elastyczność - przykład

Zadanie - egzamin 2015

Popyt na laptopy Q zależy od ich ceny p i wyraża się wzorem:

$$Q(p) = 10 + \sqrt[3]{2p} \cdot e^{-3p+12}.$$

b) Dla ceny $p_0 = 4$ obliczyć elastyczność popytu na laptopy ze względu na cenę i podać interpretację ekonomiczną wyniku.

$Q'(4) = -\frac{35}{6}$. Obliczamy $Q(4) = 10 + 2 \cdot 1 = 12$ i otrzymujemy:

$$E_p Q(4) = \frac{4 \cdot \left(-\frac{35}{6}\right)}{12} = \frac{-70}{36} \approx -1,94.$$

Interpretacja: Jeżeli wielkość *ceny* laptopów z poziomu *4* wzrośnie o 1%, to wielkość *popytu* **zmaleje** o około *1,94*%. Popyt na laptopy jest *elastyczny* ze względu na cenę.

Elastyczność - uwagi i przykłady

W ekonomii elastyczność pojawia się też w kontekście innych funkcji, na przykład:

Elastyczność - uwagi i przykłady

W ekonomii elastyczność pojawia się też w kontekście innych funkcji, na przykład:

- elastyczność produkcji względem nakładów,

Elastyczność - uwagi i przykłady

W ekonomii elastyczność pojawia się też w kontekście innych funkcji, na przykład:

- elastyczność produkcji względem nakładów,
- elastyczność kosztu całkowitego produkcji,

Elastyczność - uwagi i przykłady

W ekonomii elastyczność pojawia się też w kontekście innych funkcji, na przykład:

- elastyczność produkcji względem nakładów,
- elastyczność kosztu całkowitego produkcji,
- elastyczność dochodowa popytu,

Elastyczność - uwagi i przykłady

W ekonomii elastyczność pojawia się też w kontekście innych funkcji, na przykład:

- elastyczność produkcji względem nakładów,
- elastyczność kosztu całkowitego produkcji,
- elastyczność dochodowa popytu,
- elastyczność dochodowa konsumpcji.