

Wiele rzeczy związanych z rachunkiem macierzy można rozwiązać korzystając z metody operacji elementarnych. Tak nazywa się pewne metody obliczania wyznacznika (det), macierzy odwrotnej (A^{-1}), rzędu (rz) i rozwiązywania układu równań liniowych metodą Gaussa - Jordana (G-J).

Oczywiście, w każdym z tych przypadków mamy inne cele stosowania tej metody:

- Wyznacznik (det) obliczamy, sprowadzając wyjściową macierz do postaci trójkątnej.
- Odwracając macierz (A^{-1}), sprowadzamy macierz wyjściową do macierzy jednostkowej (te same operacje wykonując na macierzy jednostkowej)
- Obliczając rząd (rz), sprowadzamy macierz wyjściową do postaci schodkowej.
- Metoda eliminacji Gaussa-Jordana (G-J) sprowadza daną macierz do postaci schodkowej zredukowanej.

Największym problemem jest jednak fakt, że mimo tej samej nazwy, w różnych kontekstach w metodzie operacji elementarnych niektóre operacje są zabronione, inne dozwolone, a inne dozwolone warunkowo (trzeba z nimi uważać). Które z operacji można używać w tych metodach? Odpowiedź da poniższa tabela:

	det	A^{-1}	rz	G-J
dodawanie wielokrotności wiersza do innego wiersza	+	+	+	+
dodawanie wielokrotności kolumny do innej kolumny	+	-	+	-
zamiana wierszy miejscami	*	?	+	+
zamiana kolumn miejscami	*	?	+	**
przemnożenie wiersza przez niezerową liczbę	??	+	+	+
przemnożenie kolumny przez niezerową liczbę	??	-	+	-
usunięcie wiersza złożonego z samych zer	-	-	+	+
usunięcie kolumny złożonej z samych zer	-	-	+	-

Instrukcje do tabeli:

- Plus - operację dozwoloną w danej procedurze.
- Minus - operacja niedozwolona
- Gwiazdki - operacja dozwolona warunkowo, lepiej wiedzieć, jak to robić (wyjaśnienie poniżej)
- Pytajniki - operacja dozwolona warunkowo, nie zalecam stosowania, chyba, że ktoś jest absolutnie pewny, że wie co robi (wyjaśnienie poniżej)

Wyjaśnienia szczególnych przypadków:

- * - obliczając wyznacznik, można zamienić wiersze lub kolumny miejscami, ale trzeba pamiętać, by po każdej wymianie przemnożyć wynik przez (-1)
- ** - zamiana kolumn miejscami jest dozwolona w metodzie Gaussa-Jordana, ale pod warunkiem, że nie zamieniamy miejscami kolumny ostatniej (wzrostów wolnych) oraz, że pamiętamy która zmienna odpowiada której kolumnie
- ? - nie polecam używania zamiany wierszy lub kolumn miejscami w wypadku odwracania macierzy. Jeśli zamieniamy wiersze w macierzy, którą odwracamy, musimy jednocześnie zamienić odpowiadające kolumny w macierzy do niej odwrotnej (czyli macierzy powstającej w procesie odwracania z macierzy I). Analogicznie dzieje się z wierszami.
- ?? - Licząc wyznacznik, możemy co prawda pomnożyć wiersz lub kolumnę przez niezerową liczbę, ale potem przez tę samą liczbę trzeba podzielić wynik. Lepiej uważać z tą operacją.

$$\text{(np. } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 12 & 5 & 6 \\ 21 & 8 & 9 \end{vmatrix} \text{)}$$

Mam nadzieję, że będzie to dla Państwa pomocne.