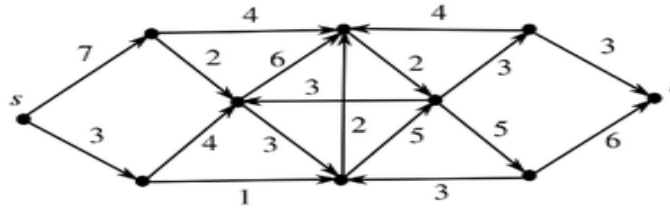


Uwaga! Niektórych z tych zadań nie obejmuje program dla studiów zaocznych - proszę się tym nie niepokoić - takie zadania pojawią się tylko na egzaminach dla studentów studiów dziennych. Oczywiście, to nie są jedyne typy zadań, jakie mogą się pojawić na egzaminie, ale powinny być w większości podobne.

Za każde zadanie przewidziana jest taka sama liczba punktów.

Zestaw 1

Zadanie 1. Dana jest sieć, w której s jest źródłem, a t - ujściem, a liczby przy krawędziach oznaczają przepustowości:



Podpisać wierzchołki kolejnymi literami alfabetu i w postaci podanej poniżej tabelki przedstawić działanie algorytmu Edmondsa-Karpa.

Nr etapu	wybrana ścieżka powiększająca	przepływ wzdłuż ścieżki	alternatywne wybory
1			
2			
...

Narysować przepływ minimalny oraz sieć residualną po zakończeniu działania tego algorytmu. Podać wartość przepływu minimalnego.

Zadanie 2. Koło studenckie „Bajtownia” liczy 20 członków, w tym 4 studentki i 5 studentów specjalizujących się w sieciach. Spośród członków należy wybrać zarząd, w skład którego wejdą: prezes, v-ce prezes, skarbnik, bibliotekarz, administrator sieci studenckiej i dwóch członków wspierających.

a) Na ile sposobów można wybrać zarząd, jeśli nie ma znaczenie, kto zajmie jakie stanowisko?

b) Na ile sposobów można wybrać zarząd, jeśli prezes i v-ce prezes mają być osobami różnej płci oraz administratorem ma być jeden z 5 studentów specjalizujących się w sieciach?

c) Koło co roku organizuje 2 wydarzenia - warsztaty dla młodych informatyków oraz zawody w programowaniu. Na ile sposobów można rozłożyć obowiązki organizacji obu wydarzeń zakładając, że w każde wydarzenie ma być zaangażowanych co najmniej 2 członków zarządu oraz każdy członek zarządu zajmuje się tylko jednym z tych wydarzeń?

d) Koło co roku uzyskuje ze środków uczelnianych 30 000 zł, które ma przeznaczyć na zakup sprzętu, wyposażenie biblioteki, przygotowanie warsztatów, organizację zawodów oraz działalność bieżącą koła. Jeśli na każdy z tych celów należy przeznaczyć co najmniej 4 000 zł, na ile sposobów można podzielić środki kołowe?

Zadanie 3. Za pomocą rozszerzonego algorytmu Euklidesa wyznaczyć NWD(6324, 3944), a następnie znaleźć liczby całkowite x, y takie, że $6324x + 3944y = \text{NWD}(6324, 3944)$.

Zadanie 4. Rozwiązać zależność rekurencyjną $s_{n+1} = s_n + 12s_{n-1}$ z warunkami początkowymi $s_0 = 1, s_1 = 11$.

Zadanie 5. a) Podać (może być własnymi słowami) definicje grafów hamiltonowskiego i eulerowskiego. Podać przykłady grafów, składających się z przynajmniej 5 wierzchołków i 6 krawędzi (jeśli taki graf nie istnieje, napisać, że nie istnieje):

I. Graf, który jest hamiltonowski i eulerowski

II. Graf, który jest hamiltonowski, ale nie jest eulerowski.

III. Graf, który jest eulerowski, ale nie hamiltonowski.

IV. Graf, który nie jest eulerowski, ani hamiltonowski.

b) Opisać (może być własnymi słowami) co oznacza fakt, że dla pewnego ciągu $f(n)$, inny ciąg jest $O(f(n))$.

Pewien problem związany z bazami danych rozwiązuje 5 algorytmów, o złożoności obliczeniowej: pierwszy - $O(n\sqrt{n})$, drugi - $O(n \log n)$, trzeci - $O(n!)$, czwarty - $O(n^2)$ i piąty - $O(2^n)$, gdzie n jest liczbą wpisów w bazie. Zakładając, że n jest w praktyce bardzo duże, uporządkować te algorytmy od najszybszego do najwolniejszego. Wskazać te algorytmy, które w praktyce są uważane za efektywne.

Zestaw 2

Zadanie 1. Router jednego z pracowników uczelni - pana Dzierżykraj, uległ awarii i wyświetla jedynie strony, których IP zawiera te same symbole, jakie występują w adresie strony głównej uczelni: 95:9C:D0:03 (z tą samą krotnością każdego z nich).

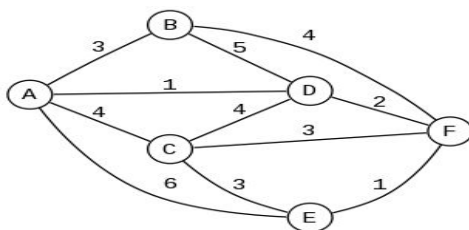
a) Ile różnych stron może wyświetlić pan Dzierżykraj zakładając, że każdemu adresowi IP odpowiada jedna strona?

b) W ilu różnych adresach obie dziewiątki i oba zera będą stały obok siebie?

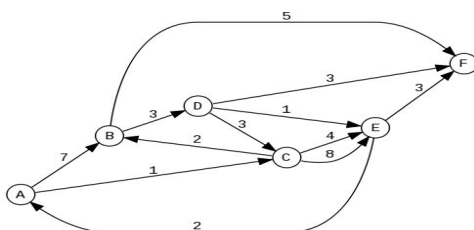
c) Ile różnych adresów można stworzyć zakładając, że każdy z symboli występujących w adresie strony głównej uczelni może powtórzyć się dowolną liczbę razy?

d) Awaria routera nasunęła panu Dzierżykrajowi następujący problem do rozważenia: ile różnych adresów internetowych (złożonych z dowolnych symboli szesnastkowych) spełnia tę własność, że suma wszystkich symboli w adresie jest równa $1/3$ sumy symboli występujących w adresie uczelni, tj. B w zapisie szesnastkowym lub 11 w zapisie dziesiętnym?

Zadanie 2. Dla poniższego grafu, zastosować algorytm Kruskala by wyznaczyć minimalne drzewo spinające. Podać kolejność, w jakiej krawędzie były dołączane do tego drzewa. Następnie jeszcze raz wyznaczyć minimalne drzewo spinające, stosując algorytm Prima, zaczynając od wierzchołka C. Również uszeregować krawędzie w kolejności, w jakiej algorytm Prima dołączał je do tego drzewa.



Zadanie 3. Za pomocą algorytmu Dijkstry ze wskaźnikami wyznaczyć drogi o minimalnej wadze z wierzchołka A do każdego z pozostałych wierzchołków (i wagi tych minimalnych dróg).



Podać przebieg minimalnej drogi z wierzchołka A do wierzchołka E. Kolejne kroki działania algorytmu zapisać w poniższej tabelce (przez $d(X)$ oznaczamy aktualnie wyznaczoną wagę drogi minimalnej do wierzchołka X, a przez $p(X)$ - aktualny wskaźnik tego wierzchołka):

Etap	zbiór L	ciąg: $d(B), d(C), d(D), d(E), d(F)$.	ciąg: $p(B), p(C), p(D), p(E), p(F)$
1			
2			
...

Zadanie 4. Wiadomość zakodowana została algorytmem RSA z kluczem publicznym $(33, 7)$. Jeśli pewnej jednostce tekstu jawnego przypisano liczbę 2, to jaka liczba odpowiada kodującej ją jednostce szyfrogramu? Jaka jest liczba przypisana jednostce tekstu jawnego, jeśli jest ona zakodowana przez jednostkę szyfrogramu, której odpowiada liczba 13?

Zadanie 5. a) Wyjaśnić (może być własnymi słowami), z czego się składa definicja rekurencyjna zbioru oraz co to jest algorytm rekurencyjny. Podać przykład dobrze i źle postawionej definicji rekurencyjnej (uzasadniając, dlaczego ta druga definicja jest błędnie sformułowana).

b) Czy istnieje graf niehamiltonowski o 50 wierzchołkach, z których każdy jest stopnia przynajmniej 31? Przytoczyć nazwę i wypowiedź (może być własnymi słowami) twierdzenia, dzięki któremu można natychmiast odpowiedzieć na to pytanie.

Zestaw 3

Zadanie 1. Korzystając z zasady indukcji matematycznej, udowodnić, że dla każdego n naturalnego zachodzi: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

Zadanie 2. Rozwiąż następujące układy kongruencji:

a) $2x + y \equiv_{11} 2 \wedge x - 3y \equiv_{11} 4$

b) $x \equiv_7 2 \wedge x \equiv_2 1 \wedge x \equiv_3 1$

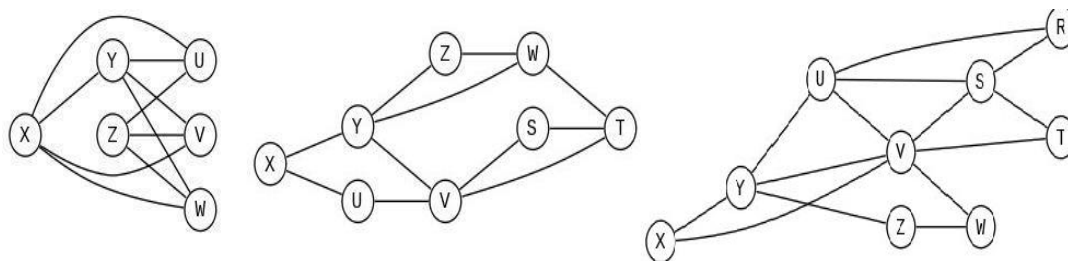
Zadanie 3. Bądzimir chce stworzyć sieć komputerową, w której adresami komputerów będą słowa dziewięcioliterowe będące permutacjami nazwy jego rodzinnej miejscowości „SZCZYRZYC”.

a) Ile rozróżnialnych adresów będzie można określić w tej sieci?

b) Ile adresów będzie zawierało wszystkie występujące w nazwie miejscowości dwuznaki (tj. ciągi dwuliterowe „SZ”, „CZ” oraz „RZ”)?

c) Pierwsze trzy litery adresu będą decydować o przynależności niektórych adresów do podsieci. Ile podsieci będzie mógł wyróżnić Maurycy, jeżeli w podsieci będą zebrane tylko te adresy, których pierwsze trzy litery będą różne? Ile adresów nie będzie w żadnej z podsieci?

Zadanie 4. Które z poniższych grafów mają cykle Eulera, a które drogi Eulera? Uzasadnić odpowiedź.



Wybrać graf, w którym istnieje droga Eulera, a nie istnieje cykl Eulera, a następnie za pomocą algorytmu Fleury’ego skonstruować taką drogę Eulera. Kolejne kroki działania algorytmu opisać w poniższej tabelce, a pod nią wypisać drogę Eulera:

Nr etapu	wybór	możliwe alternatywy	krawędzie już wybrane
1			
2			
...

Zadanie 5. a) Podać definicję funkcji φ Eulera (może być opisowa, własnymi słowami). Znając rozkład liczby $1224 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$ obliczyć $\varphi(1224)$ (podać twierdzenia, na których te obliczenia się opierają). Podać wartość $13^{385} \pmod{1224}$ i wypowiedź twierdzenia, na podstawie którego tę wartość można szybko obliczyć.

b) Poniższe drzewo zakodować jako listę wierzchołków w porządku postfiksowym i prefiksowym. Jaki ciąg liczb dzieci należy dodać do listy wierzchołków zakodowanej w porządku postfiksowym, by drzewo można było odkodować algorytmem DEPOST?

