Symboliczne „działania” na „nieskończonościach”.

Wszystkie poniższe działania są zapisane nieprawidłowo, z punktu widzenia „czystej” matematyki. Dlatego na egzaminie, czy podczas jakiegokolwiek „publicznego występu” polecam zapisywanie tych formuł na marginesie, w cudzysłowie bądź w nawiasie kwadratowym. Na tej kartce nie będę tak zapisywał - ma to być dla Państwa kartka pomocnicza we wszelkich obliczeniach dotyczących granic. a jest w poniższych przykładach dowolną liczbą rzeczywistą.

Symbole oznaczone:

a) $a + \infty = \infty + \infty = a - (-\infty) = \infty$; b) $a - \infty = (-\infty) + (-\infty) = a + (-\infty) = -\infty$;

c) $a \cdot \infty = \begin{cases} -\infty, & \text{dla } a < 0 \\ \infty, & \text{dla } a > 0 \end{cases}$; d) $a \cdot (-\infty) = \begin{cases} -\infty, & \text{dla } a > 0 \\ \infty, & \text{dla } a < 0 \end{cases}$;

e) $\infty \cdot \infty = (-\infty) \cdot (-\infty) = \infty$; f) $(-\infty) \cdot \infty = \infty \cdot (-\infty) = -\infty$;

g) $\frac{a}{\infty} = \frac{a}{-\infty} = 0$; h) $\frac{\infty}{a} = \begin{cases} -\infty, & \text{dla } a < 0 \\ \infty, & \text{dla } a > 0 \end{cases}$; i) $\frac{-\infty}{a} = \begin{cases} \infty, & \text{dla } a < 0 \\ -\infty, & \text{dla } a > 0 \end{cases}$

j) $a^{\infty} = \begin{cases} \infty, & \text{dla } a > 1 \\ 0, & \text{dla } 1 > a > 0 \end{cases}$; k) $a^{-\infty} = \begin{cases} 0, & \text{dla } a > 1 \\ \infty, & \text{dla } 1 > a > 0 \end{cases}$;

l) $\log_a \infty = \begin{cases} \infty, & \text{dla } a > 1 \\ -\infty, & \text{dla } 1 > a > 0 \end{cases}$; m) $\log_a 0 = \begin{cases} -\infty, & \text{dla } a > 1 \\ \infty, & \text{dla } 1 > a > 0 \end{cases}$;

n) $\infty^a = \begin{cases} \infty, & \text{dla } a > 0 \\ 0, & \text{dla } a < 0 \end{cases}$; o) $\infty^{\infty} = \infty$; p) $\infty^{-\infty} = 0$.

Symbole nieoznaczone:

Są to: $[\infty - \infty]$; $[\infty \cdot 0]$; $[\frac{0}{0}]$; $[\frac{\infty}{\infty}]$; $[1^{\infty}]$; $[0^0]$, $[\infty^0]$. Nie można ich „obliczyć” - trzeba dokonać dalszych przekształceń bądź skorzystać z odpowiedniego twierdzenia. Symbolem nieoznaczonym jest też formalnie $[\frac{a}{0}]$, gdy $a \neq 0$, ale z nim akurat łatwo sobie poradzić - wynikiem jest zawsze $\pm\infty$, a znak wyniku zależy od znaku licznika i mianownika.

Mam nadzieję, że będzie to dla Państwa pomocne.

Grzesiek Kosiorowski