Ta część wykładu poświęcona jest bardzo skutecznemu sposobowi liczenia granic w sytuacjach, gdy licząc innymi metodami otrzymujemy symbole nieoznaczone, czyli regule de L'Hospitala.

I. Reguła de L'Hospitala

Twierdzenie 1 (Reguła de L'Hospitala). *Jeśli funkcje f oraz g są różniczkowalne w otoczeniu $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$ i zachodzi: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0$ lub $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$ to*

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Oczywiście, twierdzenie to działa też dla granic jednostronnych.
Przykład. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$, $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$.
Czasami twierdzenie de L'Hospitala trzeba zastosować więcej niż raz.
Przykład. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$, $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\ln(x-1)-x+2}{2x^2-8x+8}$.
Twierdzenie de L'Hospitala można zastosować również do innych symboli nieoznaczonych niż $[\frac{\infty}{\infty}]$ i $[\frac{0}{0}]$. Na przykład w sytuacji, gdy mamy do obliczenia granicę $f(x)\dot{g}(x)$, typu $[0\cdot\infty]$, możemy ją przekształcić do postaci $\frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$ lub $\frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}$.
Przykład. $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x$.
Z kolei granice $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)^{g(x)}$, które okazują się być typu $[1^\infty]$, $[0^0]$ albo ∞^0 możemy przekształcić do postaci $e^{\lim\limits_{x\to x_0}[g(x)\cdot\ln f(x)]}$.
Przykład. $\lim\limits_{x\to 0} x^{\sin x}$, $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[x]{x}$.

II. Uwagi o możliwych błędach

Pochodna ilorazu: warto zwrócić uwagę, że w regule de L'Hospitala nie liczymy pochodnej ilorazu, lecz pochodną licznika i mianownika osobno.
Niesprawdzenie założeń: twierdzenie nie działa, jeśli nie są sprawdzone jego założenia.
Przykład. $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$.